

I TRE TEOREMI DELLA TARTARUGA

di Giovanni Marcianò

PREMESSA

In questo articolo intendiamo proporre una sistematizzazione di esperienze e studi connessi all'impiego in classe del linguaggio LOGO. Dobbiamo ai professori Del Vecchio e Genovese l'idea di sintetizzare in "teoremi" percorsi di apprendimento del linguaggio LOGO che puntano alla migliore padronanza ed uso del linguaggio di programmazione, e quindi del computer, da parte degli alunni .

Se il primo teorema si basa su pratiche didattiche del LOGO di ormai lunga tradizione, abbiamo pensato che anche altri impieghi e applicazioni del linguaggio della tartaruga che esulano dalla geometria piana e dalla programmazione ricorsiva meritino anch'essi una sistematizzazione in forma di teoremi. Abbiamo quindi postulato un secondo ed un terzo teorema, oltre a specificare meglio, per omogeneità d'impianto, il primo.

Fine di tale lavoro è cercare di "ridare uno spazio" nei curricula della scuola elementare al linguaggio LOGO, per riportare al centro dell'attenzione degli insegnanti la crescita cognitiva dell'allievo e non solo la sua competenza all'uso strumentale delle tecnologie. Programmare la tartaruga – o un computer o un robot – è molto diverso dall'usare un computer per fini terzi (disegnare, scrivere, realizzare un'ipertesto...). Ognuno dei teoremi può rappresentare un percorso didattico da attuare nei tre anni del secondo ciclo di scuola elementare, non certo come tema esaustivo dell'uso delle nuove tecnologie, ma certamente al fianco delle altre attività didattiche che vedono il personal

computer come strumento da usare per accedere a informazioni, realizzare testi, ipertesti, disegni, o anche per giocare.

I tre teoremi sono in questo momento oggetto di approfondimento da parte degli insegnanti del “Gruppo provinciale micromondi” di Biella , ora impegnati a sviluppare materiali didattici, in forma di micromondi, di esempio e aiuto all’insegnante che voglia seguire in classe il percorso tracciato dai tre teoremi.

IL PRIMO TEOREMA DELLA TARTARUGA

L’uso a scuola del linguaggio LOGO, in qualsiasi versione – anche le più datate, ha trovato nello studio della geometria, in particolare nel tracciamento di poligoni regolari, un ideale ambito di applicazione. Il fatto che l’alunno possa guidare la tartaruga al tracciamento di un poligono rappresenta un primo impiego dell’informatica.

Un percorso che guida a questa prima significativa esperienza è qui riportato in forma di teorema: un processo che prende l’avvio da elementi minimi del linguaggio LOGO, quelli ormai presenti in molti libri di testo di scuola elementare, e porta alla scoperta della regola generale che sovrintende al mondo dei poligoni regolari espressa, però, in linguaggio LOGO.

PASSO 1 – dalle conoscenze di geometria piana elementari, si procede a far tracciare alla tartaruga diversi tipi di poligoni:

Esempi:

- A1) per triangolo
 ripeti 3[av 70 de 120]
 fine
- B1) per quadrato
 ripeti 4[av 70 de 90]
 fine

- C1) per esagono
 ripeti 6[av 70 de 60]
 fine
- D1) per decagono
 ripeti 10[av 20 de 36]
 fine

PASSO 2 – i ragazzi fanno in fretta a verificare che la rotazione della tartaruga ad ogni vertice del poligono è pari all'angolo giro diviso per il numero dei lati del poligono. Quindi abbiamo

Esempi:

- A2) per triangolo
 ripeti 3[av 70 de $360 / 3$]
 fine
- B2) per quadrato
 ripeti 4[av 70 de $360 / 4$]
 fine
- C2) per esagono
 ripeti 6[av 70 de $360 / 6$]
 fine
- D2) per decagono
 ripeti 10[av 20 de $360 / 10$]
 fine

PASSO 3 – evidenziando come le procedure che generano i poligoni “variano” l’una dall’altra solo per quanto riguarda il numero di lati, si può introdurre il concetto di “variabile”, concetto chiave della programmazione informatica. Date le dovute spiegazioni su come in LOGO si denominano e si usano le variabili, si prova ad introdurle nella procedura ottenendo:

Esempi :

- A3) per poligono :numlati
 ripeti :numlati [av 70 de 360 / :numlati]
 fine
- T1) per poligono :numlati :lunglato
 ripeti :numlati [av :lunglato de 360 / :numlati]
 fine

Come mostrato in A3 la variabile :numlati (numero dei lati) determina la generazione del tipo di poligono. Sarà quindi immediata l'intuizione che porta al perfezionamento della procedura con l'inserimento della seconda variabile, la lunghezza del lato (:lunglato), ottenendo T1 che risolve il “Primo teorema della tartaruga”.

Gli alunni potranno quindi verificare “suonando la matematica” che per ottenere un ottagono con il lato di 50 passi, è sufficiente digitare nella Console Comandi: poligono 8 50 <invio>. Con poligono 6 100 <invio> si otterrà un esagono con il lato di 100 passi.

VALENZE DIDATTICHE DEL PRIMO TEOREMA DELLA TARTARUGA

Il primo teorema evidenzia le forti valenze di formalizzazione tipiche dei linguaggi informatici. È infatti l'impiego esauriente delle variabili che permette di superare il modello sequenziale della programmazione, tipico di chi si avvia all'apprendimento del LOGO. È importante che l'insegnante offra alla classe solo gli stimoli e i suggerimenti strettamente necessari al che i bambini giungano alla soluzione del teorema. In linea di massima egli:

PASSO 1 – propone l'esempio A1, lasciando ai bambini provare ad ottenere B1, C1 ecc.

PASSO 2 – usando la lavagna, o tracciando a terra il percorso, faccia comprendere come la rotazione della tartaruga avvenga attorno al vertice e, quindi, descrivendo l'angolo esterno al poligono. Sarà l'insegnante che dovrà introdurre il postulato che afferma "la somma degli angoli esterni ai lati di un poligono è sempre di 360° ". Inviterà quindi gli alunni a verificare il postulato come negli esempi A2, B2 ecc.

PASSO 3 – a carico del docente vi è la spiegazione dell'uso dei due punti come elemento distintivo dei nomi di variabili in LOGO. Non da meno è importante che la scelta del nome della variabile sia logica e rispondente al valore che conterrà. Negli esempi :lunglato e :numlati sono certamente meglio di :lato :lati, nomi che rischiano di creare equivoci e confusione negli alunni.

IL SECONDO TEOREMA DELLA TARTARUGA

Sin qui abbiamo formalizzato un uso del linguaggio LOGO già molto diffuso nella scuola, e da molti anni. Col secondo teorema, invece, entriamo in un percorso che si allontana dalla regolarità geometrica per esaltare, invece, un concetto - quello di CASUALITÀ - che a scuola spesso si limita all'esperienza del lancio dei dadi.

Riteniamo invece che proprio il computer, ed il LOGO come linguaggio informatico, possano permettere la realizzazione di esperienze sorprendenti e ben più significative: CASO infatti non vuol dire indeterminatezza assoluta, bensì elemento di variabilità che in natura genera similitudini e non copie. Due fiori sono simili, ma mai uguali. Lo stesso dicasi per i sassi, le ragnatele, le colline.

Sono nuovi disegni che il LOGO può generare se giungiamo a padroneggiare il concetto di CASUALITÀ, adeguatamente inserito in una procedura generatrice di forme naturali riconoscibili. Ogni esecuzione va a generare una forma

riconoscibile ma sempre diversa dalle precedenti. Quindi il CASO assume un nuovo valore di “variabile”, non quello predeterminato visto nel primo teorema, ma quello della natura.

PASSO 1 - Il percorso che porta a questa nuova esperienza informatica si può avviare dal confronto tra disegno geometrico e disegno a mano libera. Disegna un cerchio col compasso, poi disegna un cerchio a mano libera. Anche col LOGO posso “disegnare a mano libera” se uso il comando “ACASO n” che genera un numero casuale tra 1 e n. Per il resto bastano i comandi più comuni del LOGO.

Esempi :

A1) per disegnapietra

tana

giu

ripeti 19

[avanti 20 + acaso 30 destra 10 + acaso 15]

tana

fine

B1) per disegnapietracolorata

tana

giu

ripeti 19

[avanti 20 + acaso 30 destra 10 + acaso 15]

tana

su

destra 90

avanti 100

riempi

fine

PASSO 2 – Le procedure A1 e B1 funzionano abbastanza bene, ma certamente in alcuni casi i bambini osserveranno che la figura

del sasso, sebbene riconoscibile, appare “spigolosa” nel momento in cui viene chiusa dalla tartaruga ritornando alla “tana”. È possibile risolvere in modo migliore il problema della chiusura della figura casuale? Usando alcuni comandi di controllo del LOGO si può avere maggiore cura nella chiusura. Ecco due esempi che sfruttano il comando “SEALTRIMENTI”:

Esempi :

A2) per disegnapietra

```
giu
avanti 20 + acaso 30
destra 10 + acaso 15
sealtrimenti dir < 335
[disegnapietra]
[tana]
```

fine

B2) per disegnapietracolorata

```
giu
avanti 20 + acaso 30
destra 10 + acaso 15
sealtrimenti dir < 335
[disegnapietracolorata]
[tana
su
destra 90
avanti 100
riempi]
```

fine

VALENZE DIDATTICHE DEL SECONDO TEOREMA
DELLA TARTARUGA

Il problema della chiusura delle forme naturali permette di introdurre l'aspetto del controllo di processo in una procedura. È un aspetto rilevante della programmazione informatica, ma non solo. Segna infatti il momento importante di evoluzione da un approccio alla programmazione ferreamente deterministica – cui corrisponde una manipolazione meccanica del micromondo – a quella mirata alla generazione di un processo con elementi di casualità, che impone un monitoraggio in tempo reale dei risultati generati. Concettualmente impone al bambino una maggiore comprensione del processo programmato: solo se questa comprensione è raggiunta si possono mettere in atto momenti di controllo del processo efficaci.

Vi è tutta una serie di comandi del LOGO che consentono di portare ad una posizione definita la tartaruga. L'uso di "tana" può essere assunto equivalente alla seguente riga di comandi: "daix 0 daiy 0". Ma se con "tana" identifico un solo punto della pagina, con "dayx n daiy n" posso portare la mia tartaruga in qualunque punto del foglio.

Un'altra serie di comandi LOGO permettono di interrogare il computer per conoscere la posizione attuale di un oggetto o di una tartaruga, da cui ricavare informazione che possono permettere un controllo continuo del disegno tracciato dalla tartaruga. Lo sviluppo di queste procedure di controllo permettono di acquisire esperienza dei concetti di CASUALITÀ, INDETERMINATEZZA, CONTROLLO DI PROCESSO. Si andrà a verificare nel micromondo come l'elemento casuale introdotto, applicato ad un campo specifico di indeterminatezza, permette la generazione di forme naturali riconoscibili. Il completamento della figura, gli ultimi passi, richiedono però un controllo sulla generazione casuale risultante dalla procedura, controllo che permette di guidare la chiusura del processo generativo della forma.

Dal punto di vista formativo l'alunno sarà quindi stimolato ad acquisire una maggiore coscienza del proprio ruolo di "bambino che programma", anche in forza del fatto che le possibili soluzioni al problema della chiusura delle forme naturali sono ben più di una. Se nel primo teorema la soluzione è quella, ed anche seguendo percorsi diversi alla fine la soluzione è solo quella, in questo secondo teorema le soluzioni sono più d'una per ogni forma. Gli spazi per esplorare soluzioni differenti e contesti differenti (colline – ragnatele ecc.), permette un ampio spettro di occasioni per confronti che implicano una valutazione non solo della correttezza, ma dell'efficacia sia procedurale che formale, ponendo anche l'attenzione all'eleganza della soluzione. Ciò apre tutta una serie di spazi didatticamente significativi sul fronte formativo.

IL TERZO TEOREMA DELLA TARTARUGA

Col terzo teorema abbandoniamo la casualità della natura per affrontare un altro tema apparentemente molto complesso ma in realtà semplice – le forme frattali. Facciamo ciò per affrontare un campo grafico che solo il computer ci permette di realizzare. Nel primo teorema porto sul computer il disegno geometrico, nel secondo teorema quello a mano libera, nel terzo faccio cose che solo col computer posso fare, come nel nostro caso: "arrotolare un'onda"!

Alla semplice osservazione le forme frattali appaiono talmente sorprendenti da non permetterne una comprensione immediata. Non è infatti semplice l'analisi del processo – un processo iterativo - che genera una forma frattale proprio perché comporta che al variare di un minimo elemento nella formula che lo genera corrisponde un'imprevista mutazione del risultato.

Il processo per generare forme frattali non è alla portata di alunni di scuola elementare. I più famosi oggetti frattali – l'insieme di Mandelbrot o quelli di Julia – riguardano l'analisi del piano

complesso, trattando quindi funzioni con parti immaginarie e parti razionali su cui applicare formule iterative. Non sono quindi oggetti proponibili come campo per esperienze attive, ma solo per attività di esplorazione ricorrendo ad alcuni software freeware . Abbiamo però trovato una strada che, con molta libertà' dal punto di vista matematico, permette di proporre agli alunni la costruzione di forme sorprendenti generate da una procedura molto semplice che, al minimo variare di un parametro, restituisce notevoli mutamenti della forma generata.

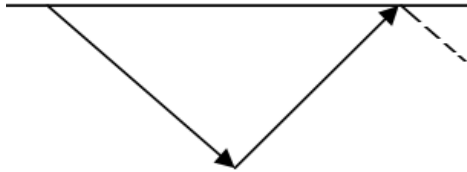
PASSO 1 - La procedura che qui si propone come terzo teorema della tartaruga riguarda il moto ondulatorio. Il problema di base è: come programmo la tartaruga perché generi il disegno di un'onda? Partendo col simulare fisicamente, nell'aula, il moto ondulatorio: i bambini scopriranno che basta andare per un po' curvando a destra, e poi per un altro po' curvando a sinistra. Riportata questa osservazione sul computer si svilupperà la seguente procedura:

- A1) per onda
 ripetisempre [
 ripeti 60
 [avanti 1 destra 1]
 ripeti 60
 [avanti 1 sinistra 1]
]
 fine
- A2) per onda
 tana giu daidirezione 60
 ripetisempre [
 ripeti 60
 [avanti 1 destra 1]
 ripeti 60
 [avanti 1 sinistra 1]

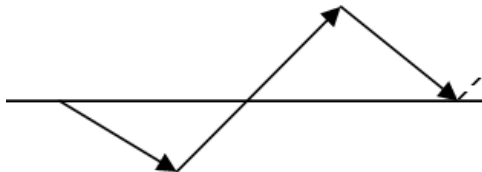
]
fine

Nell'esempio A1 il movimento ondulatorio della tartaruga apparirà evidente con l'eventuale aggiunta di un comando pausa nella procedura, mentre in A2 possiamo proprio vedere tracciata l'onda. Questo primo passo va quindi giocato intervenendo a variare la lunghezza dei passi o l'ampiezza delle rotazioni per far tracciare alla tartaruga onde di tutti i tipi.

PASSO 2 – A questo punto l'insegnante può introdurre un primo elemento di analisi del moto ondulatorio: l'onda sinora programmata vede due fasi in cui, in modo alternato, si ruota a



sinistra e poi a destra. Nulla ci vieta però di spezzare l'onda in tre fasi, così:



Avremo quindi:

- B) per onda
tana giu daidirezione 60

```

    ripetisempre [
      ripeti 30
      [avanti 1 destra 1]
      ripeti 60
      [avanti 1 sinistra 1]
      ripeti 30
      [avanti 1 destra 1]
    ]
  fine

```

PASSO 3 – Che succede se rendiamo asimmetrica l’onda? Ovvero se ci “dimentichiamo” la terza fase? L’onda finirà per ruotare più da un lato che dall’altro, in pratica si arrotolerà su sé stessa. Questo “arrotolamento” apre spazi d’indagine su figure che, pur non essendo veri frattali, ne condividono alcuni comportamenti.

```

T3)   per onda :passo :giro
      ripeti 30
      [avanti :passo destra :giro]
      ripeti 60
      [avanti :passo sinistra :giro]
    fine

```

VALENZE DIDATTICHE DEL TERZO TEOREMA DELLA TARTARUGA

Proprio quest’ultima evoluzione del percorso che dall’onda semplice ci ha portato all’onda arrotolata apre un nuovo campo tutto da esplorare e con forti valenze didattiche. Dopo aver portato i bambini a programmare come negli esempi A e B – senza nulla di nuovo rispetto a quanto svolto con i primi due teoremi – ci troviamo ora ad avere nelle mani una procedura che ci permette di esplorare un campo matematico sorprendente; osserviamo che succede con:

- ONDA 1 1 - mostra chiaramente l'arrotolamento dell'onda. Ne risulta quasi la figura di un "cerchio con le gobbe" o di un "centrino".
- ONDA 2 2 – come prima, solo che aumentando i valori ora più che un cerchio vedo un "esagono con 6 gobbe"
- ONDA 3 3 – ed ora le gobbe sono solo quattro, e la forma è più vicina alla croce che ad un poligono
- ONDA 4 4 – se col 3 avevo 4 gobbe, ora col 4 ho tre gobbe, e la forma assomiglia ad un trifoglio.
- ONDA 5 5 – a questo punto si era pensato di aver capito come la nostra formula lavorava, ed invece col 5, a sorpresa, viene generato un grosso fiore con 12 petali piccoli nella corolla centrale e 12 grandi petali nella corolla esterna. Arrotolando la nostra onda con una rotazione di 5° abbandoniamo la regolarità delle forme precedenti e osserviamo nuovi effetti
- ONDA 6 6 – pronti ad osservare qualche nuova fantasmagorica variazione del fiore precedente ... troviamo invece tre cerchietti in fila!
- ONDA 7 7 - di nuovo un fiore, ma senza corolla centrale
...

È ora di lasciare la classe ad esplorare questo insieme di forme ordinato ed al contempo caotico, che ha certo al suo interno delle semplici regole geometriche ma che anche sconcerta per i risultati che genera. Importante che dopo una prima esplorazione libera si possa organizzare il lavoro d'indagine. Se non lo si è ancora compreso, sono da evidenziare i seguenti due punti caratteristici della nostra "onda arrotolata":

1. All'aumentare del passo cambia solo la dimensione dell'oggetto generato

2. All'aumentare del giro cambia invece la forma generata

Sempre dall'esplorazione libera si saranno evidenziati alcuni "ritorni" di figure con valori di giro diversi; ad esempio il "fiocco di neve" si ottiene con un giro=10, 14, 22, 26, 34, 38 Si possono quindi avviare ricerche sulle sequenze di valori che generano una stessa forma.

Esplorando in modo più sistematico si osserverà anche come alcune figure appaiano "imparentate": 12 e 18 generano cerchi in linea, il primo due, l'altro tre. E tra 4 e 8, tra 3 e 9 non appare netta una parentela? E mentre alcune figure come il fiocco di neve sono abbastanza frequenti, altre come le "orchidee" generate da 8 e 9 sembrano non avere un altro valore di giro che le genera. È proprio così?

E il confronto tra l'ONDA 16 10 e l'ONDA 124 100? Sei cerchi disposti ad esagono, ma nel primo caso tracciati in positivo, nell'altro risultanti come "buchi" nella trama disegnata dalla tartaruga. Insomma, micromondi basati sull'arrotolamento dell'onda possono essere sviluppati sia come "laboratori di ricerca" che come poetiche espressioni artistiche. In un caso come nell'altro sono destinati ad essere stimolo per i bambini, la loro curiosità, la loro voglia di imparare e crescere attivi e creativi.

Una piccola collezione di figure generate dalla procedura T3:

COMANDO	FORMA GENERATA	COMANDO	FORMA GENERATA
ONDA 3 1		ONDA 6 2	
ONDA 4 1		ONDA 12 5	
ONDA 8 2		ONDA 15 4	
ONDA 9 2		ONDA 16 5	
ONDA 10 10		ONDA 5 2	

CONCLUSIONE

I tre teoremi rappresentano un progressivo espandersi dei campi d'azione dell'informatica, e pensiamo dimostrino come sia importante avviare l'approccio al LOGO con pochi comandi (quelli essenziali del primo teorema) lasciando ad un secondo momento, in compiti più impegnativi come le forme naturali del secondo teorema, la ricerca e l'impiego dei comandi più complessi – ma fondamentali – del linguaggio. Non vorremmo, però, che lo “studio” del LOGO sia percepito come un semplice continuo accrescimento del numero di comandi, ma che – nella stessa scuola elementare – si giunga ad un impiego del linguaggio

come strumento espressivo e creativo. Così come nella lingua italiana a volte le più belle poesie sono composte con pochi elementi lessicali e sintattici, così pensiamo debba essere possibile coi linguaggi di programmazione.

Il terzo teorema, quello a cui teniamo maggiormente, vuole rappresentare questo obiettivo da raggiungere. Un obiettivo che non parte da un compito “esecutivo” dato dall’insegnante – tracciamo poligoni – ma da un’idea, a volte nata per caso, ma che solo il computer ci permette di realizzare. Nel nostro caso l’idea di arrotondare un’onda, cosa che solo tramite un linguaggio di programmazione posso realizzare, e che si è rivelata ben più ricca di risultati di quelli immaginati.

Quante altre idee simili possono nascere dai nostri alunni? La padronanza del linguaggio LOGO permetterà loro, con la partecipazione sempre necessaria dell’insegnante, di dare corpo alla creatività in un campo nuovo, che non riproduce realtà sensibili ma esplora “micromondi matematici”.

Speriamo, con questo articolo, di essere riusciti ad offrire un quadro d’insieme delle molte esperienze e dei molti materiali realizzati in questi ultimi anni. Scrivere questo articolo è stato anche per noi occasione di riportare in un contesto specifico – il secondo ciclo elementare – ed in una ipotesi di sviluppo graduato dell’insegnamento del LOGO tante esperienze che, purtroppo, sono state sinora sporadiche, occasionali, marcate dal carattere sperimentale. La nostra riflessione, che sottoponiamo al vaglio di chi legge, ci porta a rilanciare l’idea di un insegnamento del linguaggio di programmazione al fianco degli impieghi “multimediali” del computer, ma al contempo questo rilancio non deve assolutamente ricalcare le impostazioni tradizionali della didattica del LOGO come appare, invece, nei libri di testo attuali.

Biella, 8 novembre 2001